DOI: 10.19670/j. cnki. dlgydxxb. 2021.0111

# 新超混沌及其复混沌系统设计与电路实现

方 洁, 姜明浩, 李宗翰, 刘 娜, 邓 玮

(郑州轻工业大学 电气信息工程学院,河南 郑州 450002)

摘要:构造了一个新的四维超混沌系统,该系统含有 6 个参数,每个微分方程均含有非线性乘积项。 基于 Matlab 仿真软件分析了该超混沌系统的动力学行为,数值仿真结果表明该系统随参数的变化可产 生周期轨道、拟周期轨道、混沌吸引子等丰富的动力学行为。进一步将超混沌系统从实数域扩展到复数 域,得到了一个新的复混沌系统,该复混沌系统具有 2 个正的李雅普诺夫指数,混沌动力学行为丰富。 运用 Multisim 仿真软件搭建了所设计的超混沌系统及其对应的复混沌系统的仿真电路,仿真结果验证 了新混沌系统的物理可实现性。

关键词:超混沌系统;复混沌系统;仿真电路

中图分类号: O415.5; TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1674-1404(2021)01-0057-10

### Design and circuitimplementation of new hyperchaos and complex chaos system

FANG Jie, JIANG Minghao, LI Zonghan, LIU Na, DENG Wei (School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A new four-dimensional hyperchaotic system is constructed. It contains six parameters, and each differential equation contains a nonlinear product term. Based on the Matlab simulation software, the dynamic behavior of the hyperchaotic system is analyzed from the numerical simulation results showed that the system can produce periodic orbits, Quasi-periodic orbits, chaotic attractors and other rich dynamic behaviors with changes of parameters. Furthermore, the hyperchaotic system is extended from the real number domain to the complex number domain, and a new complex chaotic system is obtained. The complex chaotic system has two positive Lyapunov exponents and rich chaotic dynamics. The simulation circuits of the designed hyperchaotic system and its corresponding complex chaotic system are built using Multisim software. The simulation results verify the physical feasibility of the new chaotic system.

Key words: hyperchaotic system; complex chaotic system; simulation circuit

#### 0 引 言

混沌是非线性动力学系统中存在一种特有的 不可预测的、类似随机性的运动形式。超混沌系 统具有两个或两个以上正的李雅普诺夫指数,具 有复杂的动力学行为,超混沌系统构建和实现是 混沌研究的一个重要方向,对深入理解混沌信号 产生的本质以及工程实践具有重要理论价值和现 实意义<sup>[1]</sup>。

收稿日期: 2020-10-30.

基金项目:国家自然科学基金项目(61775198);河南省科技攻关项目(202102210317,192102210083);河南省高等学校重点科研项 (C)1994-2(月920AH301Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net 作者简介:方 洁(1981-),女,教授;通信作者:邓 玮(1973-),女,教授,E-mail;dengwei1973@126.com.

在已有文献中,对混沌系统构建研究大多是 在实数域上完成的。Fang 等<sup>[2]</sup> 基于超混沌系统 特征,构建了新的四维超混沌系统,分析了动力学 特性并搭建了仿真电路。Zhang 等<sup>[3]</sup>提出了具有 蝴蝶效应的超混沌系统,通过数值模拟和电路实 现的方法,研究了系统的基本动力学性质。 Rajagopal 等<sup>[4]</sup> 构建了一个由四维超混沌系统改 进而成的新型磁控四维混沌系统,并采用自适应 滑模控制方法实现了系统的同步。Shikha 等<sup>[5]</sup> 构建了具有双涡旋吸引子的四维连续自治超混沌 系统,通过理论分析和数值仿真研究系统基本动 力学性质。Singh 等<sup>[6]</sup> 构造了 3 个具有二次平衡 面的四维超混沌系统,该系统表现出3种超混沌 态和 5 种混沌态。Chen 等<sup>[7]</sup>提出了一个新的四 维超混沌系统,该系统同时满足高复杂度、强鲁棒 性和均匀分布带宽等重要性质。Yang 等<sup>[8]</sup>通过 将一个特定的三维混沌系统线性扩充为六维系 统,研究了如何用隐藏吸引子来创建一个特定的 超混沌系统的方法。Ma 等<sup>[9]</sup> 基于忆阻电容器构 建了一个简单混沌电路,并在数字信号处理器平 台上实现了该电路。马旭炯等<sup>[10]</sup>构造了一个四 维离散超混沌系统,结合重复量化算法分析了其 动力学特性。

复混沌系统中存在复变量,复变量经过虚实 部分离后具有双倍的变量数,产生的混沌信号具 有更加不可预测性和随机性,使得复混沌系统在 保密通信领域有着巨大的应用潜力。目前关于复 混沌系统研究已经取得了一系列进展。党红刚 等[11]研究了一个三维混沌复系统的基本性质,实 现了系统的自适应混沌同步和参数辨识。张芳芳 等<sup>[12]</sup>研究了时滞复 Lorenz 系统的动态特性及时 滞因数的影响,并基于非线性反馈控制方法实现 了复 Lorenz 系统的自时滞混沌同步。Liu 等<sup>[13]</sup> 以超混沌复系统为载体,研究了该系统的动力学 行为,通过将脉冲注入控制参数中来增强该混沌 系统的随机性,并将其应用于彩色图像加密中。 Sun 等<sup>[14]</sup>构建了一个新的复混沌系统,分析了其 动力学行为,实现了3个复混沌系统的组合函数 投影同步。Huang 等<sup>[15]</sup>在采样数据控制的基础 上,通过将复混沌系统分解为2个实系统,研究了 时滞复混沌 Lur'e 系统的主从同步问题。Liu 等[16] 基于自适应控制技术,实现了具有已知或未 知复变量的复混沌系统的组合函数投影同步。 Mahmoud 等<sup>[17]</sup>通过设计自适应复滞后同步控制 器,构建了一组具有未知参数的复混沌系统,实现 了两个系统的滞后同步。Zhao 等<sup>[18]</sup>采用主动控 制方案,研究了复数域上激光混沌系统的复杂自 同步。

在实数域与复数域混沌系统研究的基础上, 基于产生超混沌系统需要满足的2个必要条件构 建了一个新的四维超混沌系统。对该系统进行了 理论推导和数值模拟,研究了该系统的基本动力 学特性,并分析了参数改变时系统的动力学行为 的变化,从多方面验证了该系统的混沌行为。并 以该超混沌系统为基础,将系统变量从实数域扩 展到复数域,得到了一个新的复混沌系统。该复 混沌系统具有2个正的李雅普诺夫指数,能够产 生丰富的动力学行为。运用 Multisim 软件对所 设计的超混沌系统及其对应的复混沌系统进行电 路仿真,电路仿真结果和数值分析结果吻合,表明 了所设计新混沌系统的物理可实现性。

#### 1 超混沌系统分析

构建超混沌系统必须满足 2 个必要条件:一 是对于自治系统而言,至少是四维的;二是至少有 2 个正的李雅普诺夫指数且所有李雅普诺夫指数 之和小于零。基于 2 个必要条件,构造四维超混 沌系统如式(1)。

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) + yz \\ \dot{y} = dx - cy - xz + ew \\ \dot{z} = -bz + xy \\ \dot{w} = rw - yz \end{cases}$$
(1)

式中:*a*,*b*,*c*,*d*,*r*,*e* 为实常数。当参数 *a*=27,*b*= 1.5,*c*=5,*d*=43,*r*=0.5,*e*=3.5 时,系统存在一 典型的超混沌吸引子,如图 1 所示。

2 新超混沌系统的基本动力学特性

#### 2.1 耗散性和吸引子的存在性

通过式(1)所构造四维超混沌系统的梯度(能 量函数)为

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} = -a - c - b + r \quad (2)$$

要想确保该系统是耗散的,必须满足-a-c-b+r<0。当a=27,b=1.5,c=5,d=43,r=0.5,e=3.5时, $\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} = -a-c-b+r=-46.5<0,满足耗散性条件,即当<math>t \rightarrow \infty$ 时,系统的轨迹最终以指数速率渐近地收缩到 -个特定的零体积的极限集中,并最终被固定在 Publishwg时来生。



#### 图1 超混沌系统的混沌吸引子

Fig. 1 Chaotic attractors of hyperchaotic system

## 2.2 平衡点及稳定性

令所构造系统的右边等于零,即

$$\begin{cases} a(y-x)+yz=0\\ dx-cy-xz+ew=0\\ -bz+xy=0\\ rw-yz=0 \end{cases}$$
(3)

求解式(3),可得系统3个平衡点: $S_0 = (0,0, 0,0)$ ;  $S_1 = (-52.5569, -5.9903, 209.883, -2514.6$ ;  $S_2 = (52.5569, 5.9903, 209.883, 2514.6$ )。

在所构造系统的平衡点处,对系统进行线性 化得其 Jacobian 矩阵为

$$\begin{bmatrix} -a & (a+z) & y & 0 \\ (d-z) & -c & -x & e \\ y & x & -b & 0 \\ 0 & -z & -y & r \end{bmatrix}$$

S<sub>0</sub> 处计算可得 4 个特征根  $\lambda_1 = -51.805$ ,  $\lambda_2 = 19.805$ ,  $\lambda_3 = 1.5$ ,  $\lambda_4 = 0.5$ ,  $\lambda_1$  为负且  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  为正, S<sub>0</sub> 为不稳定的鞍点。S<sub>1</sub> 处计算可得 4 个特征根  $\lambda_1 = -13.455 + 206.92j$ ,  $\lambda_2 = -13.455$  -206.92j,  $\lambda_3 = -6.339$ ,  $\lambda_4 = 0.248$ ,  $\lambda_3$  为负数,  $\lambda_4$  为正数,  $\lambda_1\lambda_2$  为实部为负的共轭复数, S<sub>1</sub> 为不 稳定的鞍焦点。S<sub>2</sub> 处计算可得 4 个特征根  $\lambda_1 = -13.429 + 206.919j$ ,  $\lambda_2 = -13.429 - 206.919j$ ,  $\lambda_3 = -6.288$ ,  $\lambda_4 = 3.147$ ,  $\lambda_3$  为负数,  $\lambda_4$  为正数,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  为实部为负的共轭复数, S<sub>2</sub> 为不稳定的鞍焦点。...

## 2.3 新混沌系统李雅普诺夫指数及李雅普诺夫维数

采用雅阁比矩阵方法计算系统的李雅普诺夫 指数,得到  $LE_1 = 0.458349, LE_2 = 0.1812509,$  $LE_3 = 0, LE_4 = -33.611039,$ 即该系统有2个正 的李雅普诺夫指数,因此是超混沌的。新混沌系 统李雅普诺夫指数如图2所示。



#### 图 2 新混沌系统李雅普诺夫指数图

Fig. 2 Lyapunov exponents spectrum of new chaotic system

混沌系统的一个典型特征就是其李雅普诺夫 维数为分数维。以 $\sigma_i$  表示按照从大到小排序第i个李雅普诺夫指数, $S_K = \sum_{i=0}^{K} \sigma_i$ ,令 K 为满足  $\sum_{i=0}^{K} \sigma_i \ge 0$  且 $\sum_{i=0}^{K+1} \sigma_i \le 0$  的最大整数。则系统的李雅 普诺夫维数

$$D_L = K + \frac{S_K}{|\sigma_{K+1}|} = 3.019$$

新系统的李雅普诺夫维数为分数维,进一步 dishing Louse All rights reserved. http://www.cnki.net 说明新系统是混沌的。

#### 2.4 参数变化对系统的影响

参数的改变,系统的稳定性会发生变化,使系 统处于不同的状态。可用李雅普诺夫指数谱及分 岔图对照分析系统状态变化。

固定参数 b=1.5, c=5, d=43, r=0.5, e=3.5改变  $a, a \in (15, 40)$ 。系统的李雅普诺夫指数谱 (第4条李雅普诺夫指数曲线省略)及分岔图如图 3 所示。当 $a \in (15, 17.5)$ 时系统处于超混沌、混 沌、拟周期、周期交替出现状态;当 $a \in (17.5, 21)$ 时系统处于混沌状态;当 $a \in (21, 22)$ 系统处于拟 周期状态;当 $a \in (22, 24.2)$ 系统处于周期状态; 当 $a \in (24.2, 26.6)$ 时,系统处于超混沌、混沌、拟 周期、周期交替出现状态;当 $a \in (26.6, 30)$ 系统 处于超混沌状态;当 $a \in (30, 33.3)$ 时系统处于周期状态; 当 $a \in (34.3, 3, 34.3)$ 系统处于拟周期状态; 当 $a \in (34.3, 40)$ 系统处于混沌状态。





Fig. 3 Lyapunov exponents spectrum and bifurcation diagram of new hyperchaotic system when  $a \in (15, 40)$ 

固定参数 a = 27, c = 5, d = 43, r = 0.5, e =3.5 改变  $b, b \in (0, 25)$ 。系统的李雅普诺夫指数 谱及分岔图如图 4 所示。当  $b \in (0, 1)$ 时,系统处 于混沌、周期、拟周期交替出现状态。当  $b \in (1,$ 4.4)时,系统处于超混沌状态;当  $b \in (4.4, 5.25)$ 系统处于周期状态;当  $b \in (5.25, 7.05)$ 时系统处 于混沌状态;当  $b \in (7.05, 8.78)$ 时,系统处于周 期状态;当  $b \in (8.78, 12.6)$ 时,系统处于混沌状 态;当 $b \in (12, 6, 18, 85)$ 时,系统处于拟周期状态;当 $b \in (18, 85, 25)$ 时,系统处于周期状态。



- 图 4 b∈(0,25)时新超混沌系统的李雅普诺夫 指数谱和分岔图
- Fig. 4 Lyapunov exponents spectrum and bifurcation diagram of new hyperchaotic system when  $b \in (0, 25)$

固定参数 a=27, b=1.5, d=43, r=0.5, e=3.5 改变  $c, c \in (25, 55)$ 。系统的李雅普诺夫指数 谱及分岔图如图 5 所示。当  $c \in (0, 14)$ 时,系统 处于超混沌、混沌交替出现状态;当  $c \in (14, 30)$ 时系统处于周期状态。

固定参数 a=27, b=1.5, c=5, r=0.5, e=3.5改变  $d, d \in (25, 55)$ 。系统的李雅普诺夫指数 谱及分岔图分别如图 6 所示。当  $d \in (25, 26, 9)$ 时,系统处于拟周期状态;当  $d \in (26, 9, 29)$ 时,系 统处于混沌状态;当  $d \in (29, 30, 6)$ 时,系统处于 周期、混沌交替出现状态;当  $d \in (30, 6, 44)$ 时,系 统处于超混沌状态;当  $d \in (44, 48, 6)$ 时,系统处 于周期状态;当  $d \in (48, 6, 51, 5)$ 时,系统处于混沌 状态;当  $d \in (51, 5, 55)$ 时,系统处于周期状态。

固定参数 a=27, b=1.5, c=5, d=43, e=3.5改变参数  $r, r \in (-20, 3.5)$ 。超混沌系统的李雅 普诺夫指数谱及分岔图如图 7 所示。当  $r \in$ (-20, -17.2)时,系统处于周期状态;当  $r \in$ (-17.2, -7.4)时系统处于混沌状态;当  $r \in$ (-7.4, -1.5)时系统处于周期状态;当  $r \in$ (-1.5, 1.6)时系统处于超混沌状态;当  $r \in$ (1.6, 3.5)时系统处于混沌状态。



图 5  $c \in (25, 55)$ 时新超混沌系统的李雅普诺 夫指数谱和分岔图

Fig. 5 Lyapunov exponents spectrum and bifurcation diagram of new hyperchaotic system when  $c \in (25, 55)$ 



- 图 6 d∈(25,55)时新超混沌系统的李雅普诺 夫指数谱和分岔图
- Fig. 6 Lyapunov exponents spectrum and bifurcation diagram of new hyperchaotic system when  $d \in (25, 55)$

#### 2.5 Poincaré 截面图

(C

Poincaré 映像。截面上的截点形成连续的线状或片 状的稠密点集,进一步验证了该系统的混沌特性。



(b) 状态变量 x 分叉图

- **冬** 7  $r \in (-20, 3.5)$ 时新超混沌系统的李雅普 诺夫指数谱和分岔图
- Fig. 7 Lyapunov exponents spectrum and bifurcation diagram of new hyperchaotic system when  $r \in (-20, 3.5)$

#### 新超混沌系统电路实现 3

超混沌系统的状态变量实际上是处于一个很 大的动力学变化范围,在构建实际混沌电路时,这 个范围超出了所使用的运算放大器所能提供的电 压范围。由于变量替换并不会改变系统状态和特 性,因此可进行适当的变化,令 $x_1 = x/50, y_1 =$  $y/50, z_1 = z/50, w_1 = w/50$ 。由此原系统可转化为

$$\begin{cases} x_{1} = a(y_{1} - x_{1}) + 50y_{1}z_{1} \\ \dot{y}_{1} = dx_{1} - cy_{1} - 50x_{1}z_{1} + ew_{1} \\ \dot{z}_{1} = -bz_{1} + 50x_{1}y_{1} \\ \dot{w}_{1} = rw_{1} - 50y_{1}z_{1} \end{cases}$$

$$(4)$$

#### 转化后的系统式(4)的电路方程为

$$\dot{U}_{3} = \frac{R_{3}}{C_{1}R_{4}} \left( \frac{1}{R_{1}} (U_{7} - U_{3}) + \frac{1}{R_{2}} U_{7} U_{10} \right)$$

$$\dot{U}_{7} = \frac{R_{13}}{C_{2}R_{14}} \left( -\frac{1}{R_{7}} U_{3} U_{10} - \frac{1}{R_{10}} U_{7} + \frac{1}{R_{11}} U_{3} + \frac{1}{R_{12}} U_{13} \right)$$

$$\dot{U}_{10} = \frac{R_{19}}{C_{3}R_{20}} \left( -\frac{1}{R_{17}} U_{10} + \frac{1}{R_{18}} U_{3} U_{7} \right)$$
(5)

61

图 8 展示了新超混沌系统在不同截面上的 Publishin  $\dot{U}$  H  $\overline{C_4R_{26}}$  (right  $R_{23}$   $U_8$   $U_8$   $U_{16}$   $H_{24}$   $U_{17}$ )/www.cnki.net





式中: $U_3 = x, U_7 = y, U_{10} = z, U_{13} = w, \frac{R_3}{R_1} = a = 27$ ,
$\frac{R_3}{R_2} = 50, \frac{R_{13}}{R_7} = 50, \frac{R_{13}}{R_{10}} = c = 5, \frac{R_{13}}{R_{11}} = d = 43, \frac{R_{13}}{R_{12}} = e =$
3.5, $\frac{R_{19}}{R_{17}} = b = 1.5$ , $\frac{R_{19}}{R_{18}} = 50$ , $\frac{R_{25}}{R_{23}} = 50$ , $\frac{R_{25}}{R_{24}} = r = 0.5$ .
招混泣玄统的由路设计加图 0 所示 将示波哭的

A、B、C、D 4 个端口分别连接超混沌电路的输出 节点 $U_3$ 、 $U_7$ 、 $U_{10}$ 、 $U_{13}$ 之后进行电路仿真,得到超 混沌系统电路的相图实验结果如图 10 所示。将 图 10 中 Multisim 电路仿真结果与图 1 中 Matlab 仿真结果进行对比,可见仿真结果一致,证明了该 系统的物理可实现性。



### 图 9 新超混沌系统电路图

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net Fig. 9 Circuit diagram of new hyperchaotic system



图 9 (续) Fig. 9 (Continuation)



在超混沌系统式(1)中,令 $x = x_1 + jx_2, y =$  $x_3 + jx_4, z = x_5 + jx_6, w = x_7$ ,其中  $j = \sqrt{-1}$ ,并将 复变量的实部和虚部进行分离得到方程(6):

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = a(x_{3} - x_{1}) + x_{3}x_{5} \\ \dot{x}_{2} = a(x_{4} - x_{2}) + x_{4}x_{6} \\ \dot{x}_{3} = dx_{1} - cx_{3} + ex_{7} - x_{1}x_{5} \\ \dot{x}_{4} = dx_{2} - cx_{4} + ex_{7} - x_{2}x_{6} \\ \dot{x}_{5} = -bx_{5} + x_{1}x_{3} \\ \dot{x}_{6} = -bx_{6} + x_{2}x_{4} \\ \dot{x}_{7} = rx_{7} - x_{3}x_{5} \end{cases}$$
(6)

0.5, e=3.5时,复混沌系统处于超混沌状态,其 相图如图 11 所示。

### 4.2 复混沌系统的电路实现

基于 Multisim 构建复混沌系统仿真电路如 图 12 所示。仿真结果如图 13 所示。对比图 13 与图 11 可见仿真结果一致,该复混沌系统在物理 层面是可以实现的。

#### 4.3 李雅普诺夫指数及李雅普诺夫维数

复混沌系统式(6)的李雅普诺夫指数计算可 得  $LE_1 = 3.945771, LE_2 = 0.001854, LE_3 = 0$ ,  $LE_4 = -1.289\ 807, LE_5 = -4.019\ 445, LE_6 =$  $-9.318841, LE_7 = -19.702222$ ,该系统有两个 正的李雅普诺夫指数,因此是超混沌的,复混沌系 统的李雅普诺夫指数图如图 14 所示。计算复混 沌系统李雅普诺夫维数为 4.661 2,为分数维,进 一步说明该复系统是混沌的。

#### 结 论 5

构造了一个新的有 5 个可变参数的四维超混 沌系统。随着参数改变,系统可以出现混沌吸引 子、超混沌吸引子、周期、拟周期等丰富的动力学 行为。将新超混沌系统的状态变量从实数域扩展 到复数域,得到一个新的复混沌系统。用 Multisim设计实现了新超混沌系统及复混沌系统 的仿真电路。电路仿真结果与数值分析结果一 致,验证了新该系统的存在性和物理可实现性,为 混沌系统在信息传递、超导、保密通信等领域的应 用奠定了基础。

63

当参数取 a=15, b=1, 5, c=5, d=43, r= 用奠定了基础。 (C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



图 11 复混沌系统混沌吸引子

Fig. 11 Chaotic attractors of complex chaotic system



图 12 复混沌系统电路图 (C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net Fig. 12 Circuit diagram of complex chaotic system



图 12 (续)

(C)1994-2021 China Academic Journal EFesticanic Continuation House. All rights reserved. http://www.cnki.net





#### 复混沌系统的李雅普诺夫指数图 **冬** 14

Fig. 14 Lyapunov exponents spectrum of complex chaotic system

## 参考文献:

- [1] 牟俊,杨飞飞,罗春凤,等. 基于一维 Logistic 离散系 统控制的最简 Lorenz 系统动力学分析[J]. 大连工业 大学学报,2018,37(5):412-418.
- [2] FANG J, DENG W, WU Y M, et al. A novel hyperchaotic system and its circuit implementation [J]. Optik, 2014, 125(20): 6305-6311.
- [3] ZHANG L M. A novel 4-D butterfly hyperchaotic system[J]. Optik, 2017, 131(9): 215-220.
- [4] RAJAGOPAL Κ, VAIDYANATHAN s, KARTHIKEYAN A, et al. Complex novel 4D memristor hyperchaotic system and its synchronization using adaptive sliding mode control [J]. Alexandria Engineering Journal, 2018, 57(2): 683-694.
- [5] SHIKHA A K. Chaotic analysis and combinationcombination synchronization of a novel hyperchaotic system without any equilibria[J]. Chinese Journal of Physics, 2018, 56(1): 238-251.
- [6] SINGH J P, ROY B K, JAFARI S. New family of 4-D hyperchaotic and chaotic systems with quadric sur-

2018, 106(3): 234-257.

- [7] CHEN L J, TANG S, LI Q D, et al. A new 4D hyperchaotic system with high complexity[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2018, 146(4): 44-56.
- [8] YANG L B, YANG Q G, CHEN G R. Hidden attractors, singularly degenerate heteroclinic orbits, multistability and physical realization of a new 6D hyperchaotic system[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2020, 90(8): 105362.
- [9] MA X J, MOU J, LIU J, et al. A novel simple chaotic circuit based on memristor-memcapacitor [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 100(3): 2859-2876.
- [10] 马旭炯,于加武,杨飞飞,等. 基于高维混沌系统的伪 随机序列生成器[J].大连工业大学学报,2020,39 (2):143-149.
- [11] 党红刚,刘晓君. 一个混沌复系统的同步与混沌控制 [J]. 四川大学学报(自然科学版), 2013, 50(5): 1050-1053.
- [12] 张芳芳, 刘树堂, 余卫勇. 时滞复 Lorenz 混沌系统特 性及其自时滞同步[J].物理学报,2013,62(22): 220505
- [13] LIU H J, ZHANG Y Q, KADIR A, et al. Image encryption using complex hyper chaotic system by injecting impulse into parameters[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 360(C): 83-93.
- [14] SUN J W, FANG J, WANG Y F, et al. Function combination synchronization of three chaotic complex systems [J]. Optik, 2016, 127 (20): 9504-9516.
- [15] HUANG Y, BAO H B. Master-slave synchronization of complex-valued delayed chaotic Lur'e systems with sampled-data control[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 379: 125261.
- [16] LIU J, LIU S T. Complex modified function projective synchronization of complex chaotic systems with known and unknown complex parameters [J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 48(6): 440-450.
- [17] MAHMOUD E E, AL-HARTHI B H. A phenomenal form of complex synchronization and chaotic masking communication between two identical chaotic complex nonlinear structures with unknown parameters[J]. Results in Physics, 2019, 14(2): 102452.
- [18] ZHAO X, LIU J, MOU J, et al. Characteristics of a laser system in complex field and its complex selfsynchronization[J]. The European Physical Journal Plus, 2020, 135(6): 507-523.

Publishing House. All rights reserved (责任编辑: 刘发盛) faces of equilibria[J]. Chaos, Soliton and Fractals,